

Résolution de problèmes

Cycle 2

Fanny BERNARD - Grégory LEFEBVRE - François MUYS - Sophie BONNIEZ

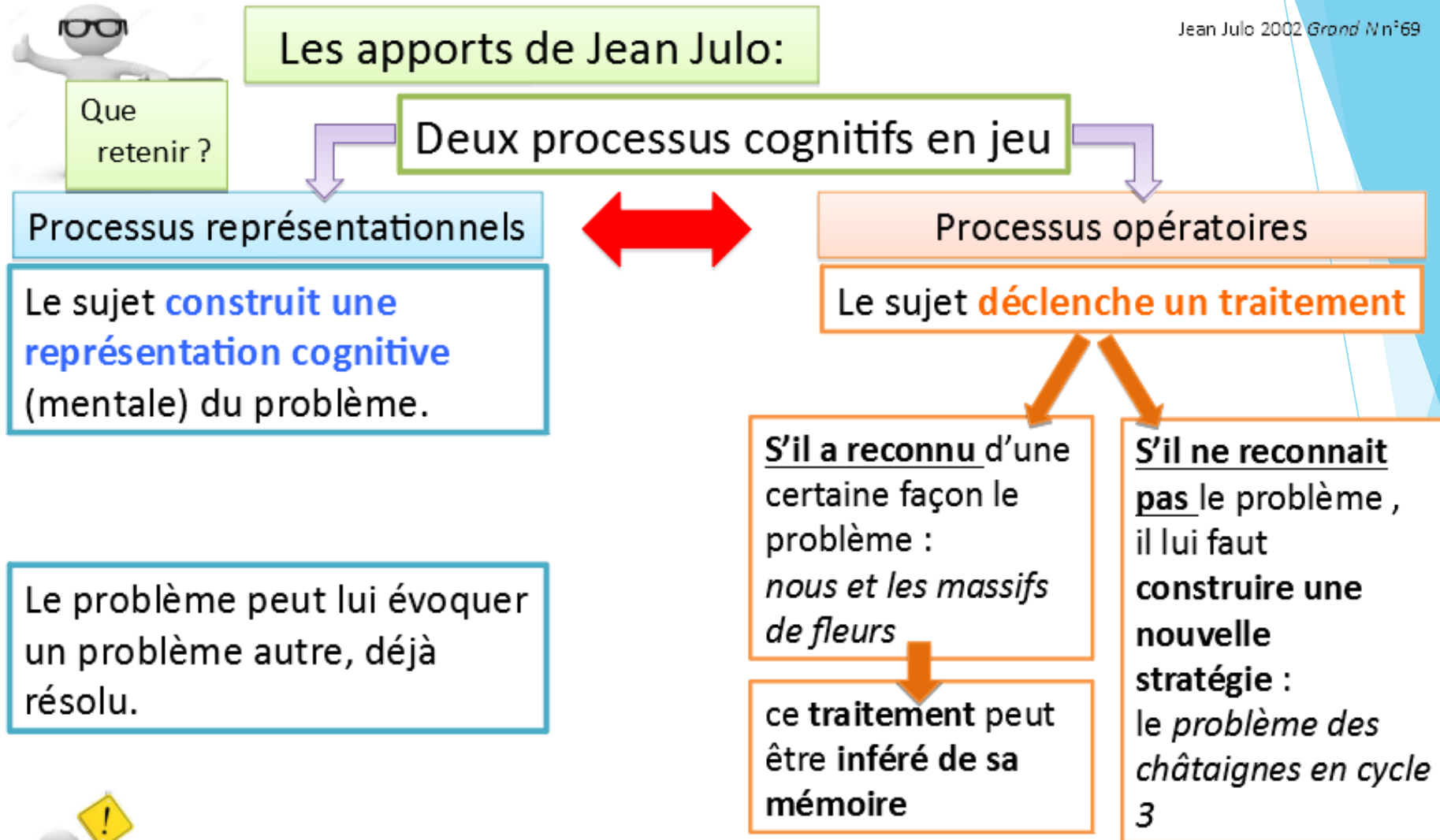
Rappel



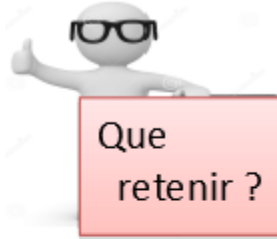
Que savons-nous du
« **Comment réussit-on à résoudre un problème ?** »



Point de vue de psychologie cognitive...



Ces processus sont **simultanés**, ils interagissent !
C'est **l'interaction de ces processus qui fait réussir la résolution.**



Que
retenir ?

Un outil pour l'enseignant: la classification de Vergnaud.
Typologie des problèmes additifs et soustractifs, multiplicatifs

Un **outil pour l'enseignant**: la classification de Vergnaud.

Pourquoi ??



Aide à la construction de **programmations, progressions**,
Etre sûrs de **varier les problèmes** afin de construire chez l'élève
la mémoire des problèmes



Typologie des problèmes additifs et soustractifs: 3 structures à retenir

Que retenir ?

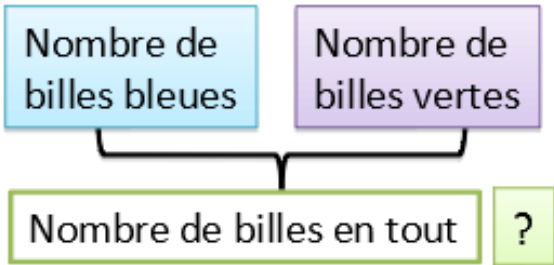
Situations portant sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème

Composition

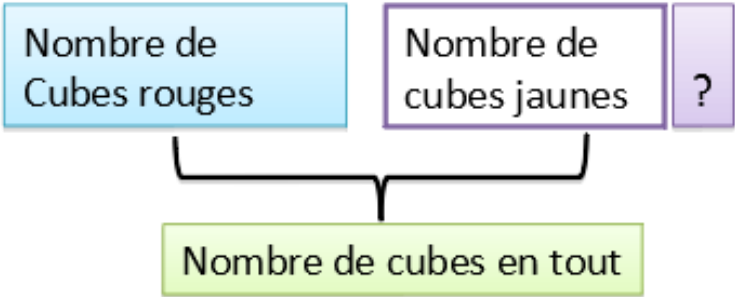
Recherche du composé

Recherche d'une partie

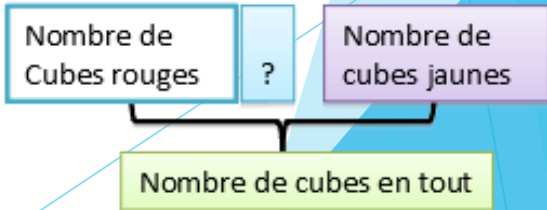
Mélanie a 3 billes bleues et 4 billes vertes. Combien de billes a-t-elle en tout?



Tu as 8 cubes : 5 cubes rouges et les autres cubes sont jaunes. Combien y a-t-il de cubes jaunes?



Et inversement...





Typologie des problèmes additifs et soustractifs: 3 structures à retenir

Que retenir ?

Situations où un état initial subit une **transformation** pour aboutir à un état final

Transformation

Recherche de l'état initial

Il y a des cubes dans une boîte. Tom en ajoute 5. Maintenant, il y a 8 cubes dans la boîte. Combien y avait-il de cubes dans la boîte avant?

Nombre de cubes ajoutés

Nombre de cubes au début ?

Nombre de cubes à la fin

Recherche de la transformation

Tom a mis 5 cubes dans une boîte. Puis Léo en ajoute. Maintenant il y a 8 cubes. Combien de cubes Léo a-t-il ajouté?

Nombre de cubes ajoutés ?

Nombre de cubes au début

Nombre de cubes à la fin

Recherche de l'état final

Tom a mis 3 cubes dans une boîte, puis, Léo a encore mis 5 cubes. Combien de cubes y a-t-il dans la boîte?

Nombre de cubes ajoutés

Nombre de cubes au début

Nombre de cubes à la fin ?



Typologie des problèmes additifs et soustractifs: 3 structures à retenir

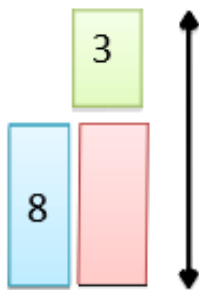
Que retenir ?

Situations où on **compare** deux états. Dans ce type de problèmes, on trouve presque toujours les expressions « de plus / de moins »

Comparaison

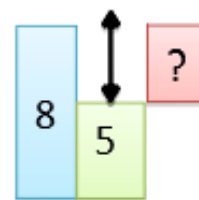
Recherche de l'un des états

Tom a construit une tour rouge avec 8 cubes.
Léo veut construire une tour jaune avec 3 cubes **de plus**.
De combien de cubes Léo a-t-il besoin pour construire sa tour?



Recherche de la comparaison

Tom a construit une tour rouge avec 5 cubes.
Léo a construit une tour jaune avec 8 cubes.
Qui a construit la tour la plus haute? De combien **de plus**?



ORGANISER UNE PROGRESSION COHÉRENTE

■ Un travail d'équipe

- Cohérence entre une année et la suivante concernant le type de problèmes proposés : composition/transformation/comparaison, nombre d'étapes, nombres en jeu, type d'opérations en jeu (addition, soustraction, etc.), niveau des opérations en jeu (avec ou sans retenue, tables utilisées)
- Harmonisation au sein de l'école ou du réseau concernant les schémas utilisés en classe dans les institutionnalisations et les mises en commun

AIDER LES ÉLÈVES À COMPRENDRE UN PROBLÈME

■ Aider les élèves à se représenter le problème :

- Faire raconter « l'histoire » (sans les nombres).
- Faire produire des énoncés :

Pas à partir de rien...mais à partir d'une histoire :

Papy a 27 lapins. 8 sont nés pendant la nuit. En tout il en a maintenant 35.

ENRICHIR LA MÉMOIRE À LONG TERME

- Fréquence des problèmes soumis aux élèves
- Variété des problèmes proposés :
 - jouer sur le type de problèmes :
 - problèmes de recherche du tout ou d'une partie ;
 - problèmes de transformation ;
 - problèmes de comparaison ;
 - jouer sur les nombres en jeu ;
 - travail sur la numération, avec des nombres plus simples au début puis progressivement des travaux où il faut travailler sur les différentes unités de numération ;
 - travail sur le calcul, apparition de retenues, utilisation de tables moins connues, etc. ;
 - jouer sur le nombre d'étapes ;

ENRICHIR LA MÉMOIRE À LONG TERME

- Construire des **institutionnalisations pour avoir des références, des modèles sur lesquels s'appuyer** :
 - des affichages, en nombre limité mais bien choisis, en s'appuyant notamment sur les différents types de schémas présentés à la classe ;
 - des traces écrites dans les cahiers,
 - Quels cahiers pour la résolution de problèmes ?
Pour la résolution « quotidienne » de problèmes (éviter l'utilisation systématique de l'ardoise ou de feuille volantes), pour les traces écrites de référence (modèles de résolution).

APPRENDRE À SCHÉMATISER

Ne pas tout attendre des élèves

- Quels schémas ?
 - simples (ne pas en faire un code supplémentaire à apprendre),
 - les mêmes sur plusieurs années.

ACCOMPAGNER LES ÉLÈVES

■ **Privilégier l'accompagnement des élèves pendant le temps de recherche individuelle à une longue présentation collective du problème en début de séance.**

■ Accompagnement individuel

■ Prise en charge d'un petit groupe d'élèves pour un travail spécifique

- sur la compréhension;
- sur le contenu mathématique qui pose problème (numération, calcul, etc.)

PROPOSER DES PROBLÈMES ABORDABLES

- Être vigilant quant au contexte des énoncés, au vocabulaire et à la difficulté mathématique des problèmes proposés.
 - La résolution de problèmes doit être source de plaisir !

ENCOURAGER LES ÉCHANGES INTER-ÉLÈVES

- Les échanges inter-élèves
 - pendant les temps de recherche
 - travaux de groupes,
 - ne rendre qu'une réponse pour deux,
 - échanges entre deux élèves ayant effectué le même calcul mais n'ayant pas trouvé la même réponse...
 - pendant les temps de mise en commun/correction
 - échanges à partir d'une proposition d'élève vidéoprojetée à l'aide d'un visualiseur ou recopiée au tableau.
 - Mais privilégier, le plus souvent possible, un temps de recherche individuelle en amont d'un travail collectif

Objectifs de l'animation pédagogique

Donner des pistes pour faire évoluer les connaissances et les procédures des élèves lors de l'activité de résolution de problèmes

- ▶ Prendre conscience de l'importance des rôles de la manipulation et de la verbalisation des élèves dans l'apprentissage
- ▶ Identifier différents chemins cognitifs pour passer de la manipulation à l'abstraction
- ▶ Comprendre l'importance de la modélisation et de l'institutionnalisation dans l'activité de résolution de problèmes

Plan de la formation

- ▶ 1. S'appuyer sur les procédures des élèves pour les faire évoluer.
- ▶ 2. Amener les élèves vers l'abstraction
- ▶ 3. La démarche de résolution de problèmes (zoom sur la modélisation et l'institutionnalisation)

1. Les procédures

Les différentes stratégies

- ▶ **Stratégie 1:** Les stratégies de dénombrement plutôt élémentaires : comptage, surcomptage ou décomptage, de un en un ou par sauts, etc. ;
- ▶ **Stratégie 2:** Les stratégies de dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques des collections : représentations diverses, par exemple figuratives ou schématiques ;
- ▶ **Stratégie 3:** Les stratégies de (ou proches du) calcul, plus ou moins explicitées et formalisées : frise numérique, schémas conventionnels, écritures mathématiques formelles ($c - a = b$) ou plus transitoires ($a + ? = c$ ou $a \square c$).

Analyse de procédures d'élèves à partir d'un problème additif en CP

Elsa et Léo ont ensemble 19 crayons, Elsa a 5 crayons. Combien Léo possède-t-il de crayons?

Stratégie 1: Dénombrement élémentaire

- ▶ **Élève 1** : l'élève dessine une collection de 19 traits plus ou moins organisée (traces de constellations) en les comptant mentalement un à un. Il en raye 5, puis il compte un à un les traits restants et énonce le résultat : « quatorze ».

Stratégie 2: Les stratégies s'appuyant sur des représentations symboliques

- ▶ **Élève 2** : après avoir dit à haute voix : « dix-neuf », l'élève écrit sur sa feuille : « 18, 17, 16, 15, 14 » ; il s'interrompt après avoir écrit ces cinq nombres et énonce le résultat : « quatorze ».

Stratégie 3: Les stratégies de calcul

- ▶ **Élève 3:** l'élève dit : « Je dois calculer dix-neuf moins cinq » et écrit : « $19 - 5 =$ ». Il commente : « Je ne sais pas calculer directement... je fais dix-neuf moins un, dix-huit » et il écrit : « $19 - 1 = 18$ », puis il énonce et écrit de la même façon « $18 - 2 = 16$ là j'ai enlevé trois. ». « J'en enlève encore 2 et il écrit « $16 - 2 = 14$, c'est bon j'ai enlevé 5 » Et il complète l'écriture soustractive : « $19 - 5 = 14$ »

Travail de groupe

Classez les différentes procédures

Élève A : il énonce sur le mode interrogatif : « cinq pour aller dix-neuf »; il réfléchit un moment puis écrit successivement

$$5 \xrightarrow{5} 10 \quad 10 \xrightarrow{9} 19$$

$$5 + 9 = 14$$

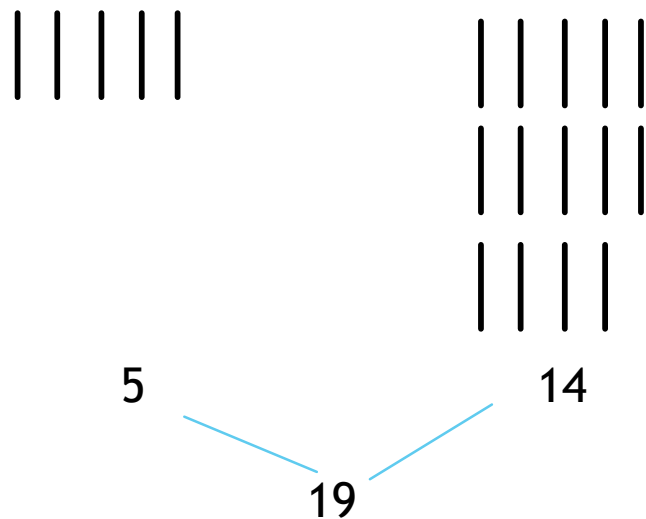
Il énonce le résultat : « Léo a quatorze crayons ».

Élève B : l'élève dessine d'abord 5 crayons en énonçant en même temps les nombres de 1 à 5, marque un temps d'arrêt et complète ensuite la collection jusqu'à 19 (en laissant un espace entre les deux collections) en surcomptant de 6 à 19. Il compte alors les objets de la deuxième collection un à un et énonce le résultat : « quatorze ».

Élève C : après avoir lu le problème, l'élève prend des jetons. Il compte d'abord 5 jetons, les dispose puis complète la collection de jetons jusqu'à 19 avec un peu de difficulté. Il recompte plusieurs fois les jetons disposés en revenant en arrière puis il dit : « Léo a ces jetons-là ». Le professeur répète la question du problème. L'élève compte les jetons et répond 14, il demande à vérifier son résultat en recomptant à nouveau et dit : « c'est ça... quatorze... non, quatorze crayons ».

Elève D: l'élève décompte oralement : « dix-huit, dix-sept, seize, quinze, quatorze », il lève un doigt en même temps qu'il énonce chacun des nombres et s'interrompt après avoir levé cinq doigts, symbolisant le nombre de crayons d'Elsa; il contrôle en regardant sa main et énonce le résultat en répétant le dernier mot-nombre énoncé : « quatorze ».

Élève E: l'élève dessine 19 bâtons en deux collections et écrit : « 5 » et « 14 », fait une ébauche d'arbre de calcul symbolisant les relations entre les nombres et écrit : « 19 ».



Élève F: l'élève énonce le nombre 5, puis il surcompte jusqu'à 19 en écrivant au fur et à mesure les nombres : « 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 » ; il n'aligne pas ces nombres mais les écrit plutôt dans le désordre sur sa feuille. Il compte ensuite un à un (avec un peu de difficulté pour parcourir ce qu'il a écrit) le total de nombres ainsi écrits et note le résultat : « 14 ».

La catégorisation des procédures

<u>Stratégie 1:</u> dénombrement plutôt élémentaire	<u>Stratégie 2:</u> dénombrement s'appuyant sur des représentations symboliques ou des abstractions	<u>Stratégie 3:</u> Stratégies de (ou proches du calcul), plus ou moins explicitées et formalisées
Elève 1	Elève 2	Elève 3
Elève B	Elève D	Elève A
Elève C	Elève F	

Et l'élève E alors?

2. Vers l'abstraction

Vers l'abstraction:

De la manipulation à la représentation symbolique en passant par la verbalisation

Processus long associé à la maîtrise d'un **langage symbolique** et à des compétences de haut niveau que sont le **raisonnement** et la **modélisation**.

Abstraire correspond à l'opération mentale qui consiste à **isoler** une (ou plusieurs) **propriété(s)** d'un objet afin de la (les) considérer pour elle(s)-même(s). Cela nécessite donc de **se détacher du réel**.

Vers l'abstraction:

De la manipulation à la représentation symbolique en passant par la verbalisation

L'abstraction prend appui sur trois étapes concomitantes :
la manipulation, la représentation et la verbalisation.

LA MANIPULATION

- ▶ La manipulation consiste à agir sur des objets tangibles (par exemple des cubes) ou symboliques (par exemple des nombres).
- ▶ Cette étape passe par l'**action**. Il s'agit d'apprendre « **par le faire** » dans des situations qui mobilisent du matériel.

Il est important de distinguer la manipulation passive de la manipulation active. En effet, la manipulation permet à l'élève de s'appropriier la situation, de s'en faire une première représentation. Mais cette première phase n'est pas suffisante : cette étape doit également conduire à une anticipation d'une solution au problème.

LA MANIPULATION

Un exemple pour distinguer manipulation passive et manipulation active

Manipulation passive : l'enseignant(e) dispose A jetons dans une boîte, puis B jetons et pose la question du nombre de jetons dans la boîte. Les élèves ont accès au contenu de la boîte et peuvent se contenter de lire le résultat en recomptant les jetons.

Manipulation active : l'enseignant(e) montre successivement les deux collections de jetons et les place dans la boîte, la referme et pose la question. Dans ce cas, l'élève va mobiliser des représentations mentales et ses connaissances sur les nombres ainsi que des procédures de plus haut niveau pour résoudre le problème.

De la manipulation à la REPRESENTATION SYMBOLIQUE

Cette étape est fondamentale dans la résolution de problèmes : Elle convoque la représentation imagée qui amène à **se représenter quelque chose sans l'avoir sous les yeux** (par une image, un dessin, une photo, un pictogramme, un schéma, etc.).

L'action est transformée en image mentale.


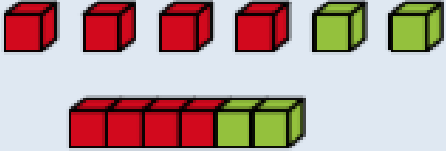
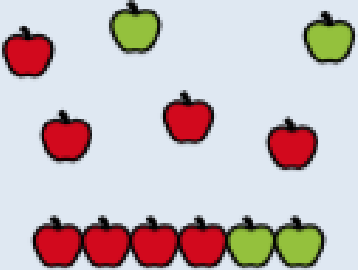


De la manipulation à la REPRESENTATION SYMBOLIQUE

Les représentations sont d'abord proches de la réalité du problème (représentation des objets tangibles), puis elles évoluent progressivement vers des représentations plus abstraites telles que les schémas ou l'écriture mathématique.

Progression des représentations

- ▶ Un exemple pour illustrer la progressivité au cycle 2 :
- ▶ *Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et deux pommes vertes.*
- ▶ *Combien ai-je de pommes dans mon panier?*

Progression des représentations

MODE SENSORI-MOTEUR³⁹	Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité : 	Manipulation d'objets tangibles figuratifs : 
MODE IMAGÉ	Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité : 	<ul style="list-style-type: none">• Représentation avec un schéma : • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : 
MODE SYMBOLIQUE	Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$	

LA PLACE DE LA VERBALISATION dans l'accès à l'abstraction

- ▶ La manipulation et la représentation s'accompagnent obligatoirement d'étapes de verbalisation permettant d'accéder aux concepts mathématiques et à l'abstraction.
- ▶ La verbalisation permet de mettre en mots et d'explicitier l'action, sans la produire ou la représenter visuellement.
- ▶ La verbalisation concerne à la fois l'enseignant(e) et les élèves.

LA PLACE DE LA VERBALISATION du point de vue de l'enseignant(e)

- ▶ C'est une phase d'étayage essentielle.
- ▶ L'enseignant(e) verbalise les étapes de la démarche et ses propres procédures (exemples/contre-exemples, analogies) et fait des liens avec les connaissances et compétences à mobiliser pour résoudre le problème (calcul mental, ordre de grandeurs, etc.).
- ▶ En s'appuyant sur les productions d'élèves, l'enseignant(e) formule et reformule le langage mathématique précis en action (manipulation et représentation) et ***en situation d'évocation*** (mise en commun et institutionnalisation).

LA PLACE DE LA VERBALISATION du point de vue de l'élève

- ▶ L'élève explicite ses actions, sa démarche et ses solutions.
- ▶ Ces verbalisations lui permettent de prendre du recul par rapport aux manipulations, de formuler des hypothèses, d'anticiper et d'explicitier ses propres procédures.

LA PLACE DE LA VERBALISATION du point de vue de l'élève

La verbalisation est importante à trois niveaux pour l'élève :

- **pour lui-même** : opérer un retour réflexif sur son raisonnement, prendre conscience de ses propres stratégies,
- **en direction des autres élèves** : préciser l'argumentation pour la rendre compréhensible pour les autres, comparer ses stratégies avec celles des autres,
- **en direction de l'enseignant(e)**: permettre à l'enseignant(e) de prendre de l'information et de proposer un étayage adapté.

LA PLACE DE LA VERBALISATION

points de vigilance

- ▶ L'enseignant(e) provoque les verbalisations des élèves par des **questions ciblées** à toutes les étapes du processus.
- ▶ Quelques exemples...

Faire évoluer les procédures

L'objectif de l'enseignement de la résolution de problèmes est d'arriver progressivement à des procédures relevant de la stratégie 3 (*stratégie de (ou proche du) calcul*) et en particulier à la **production d'écritures mathématiques**.

L'enseignant doit pouvoir repérer dans l'action les différentes stratégies.

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

Il y a 8 cubes dans une boîte. Moussa puis Marion ajoutent des cubes dans la boîte.

Moussa ajoute 4 cubes. Ensuite Marion ajoute 2 cubes.
Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin?

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 1

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14

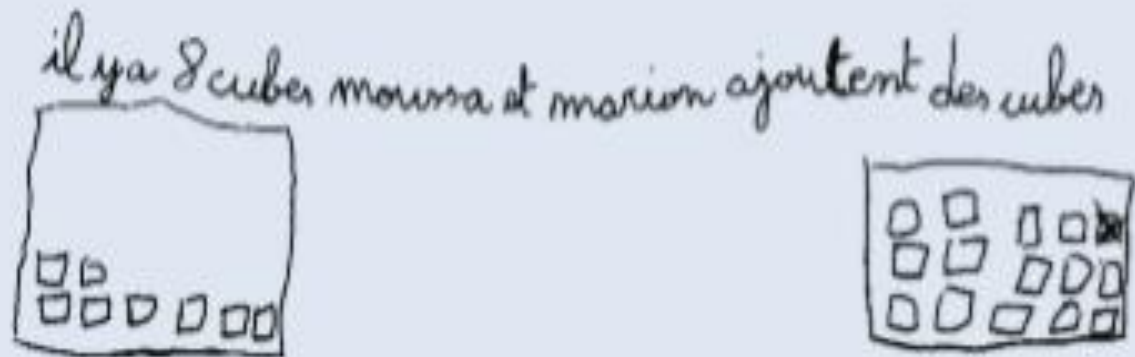


Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 1

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14



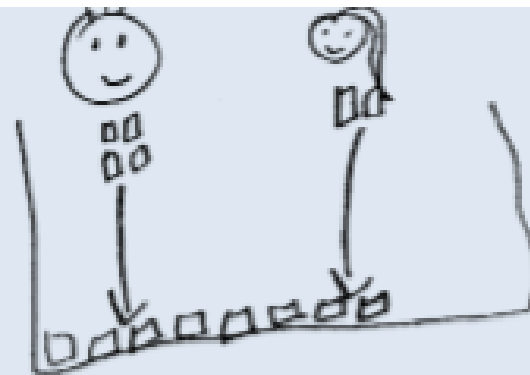
Stratégie de type 1

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 2

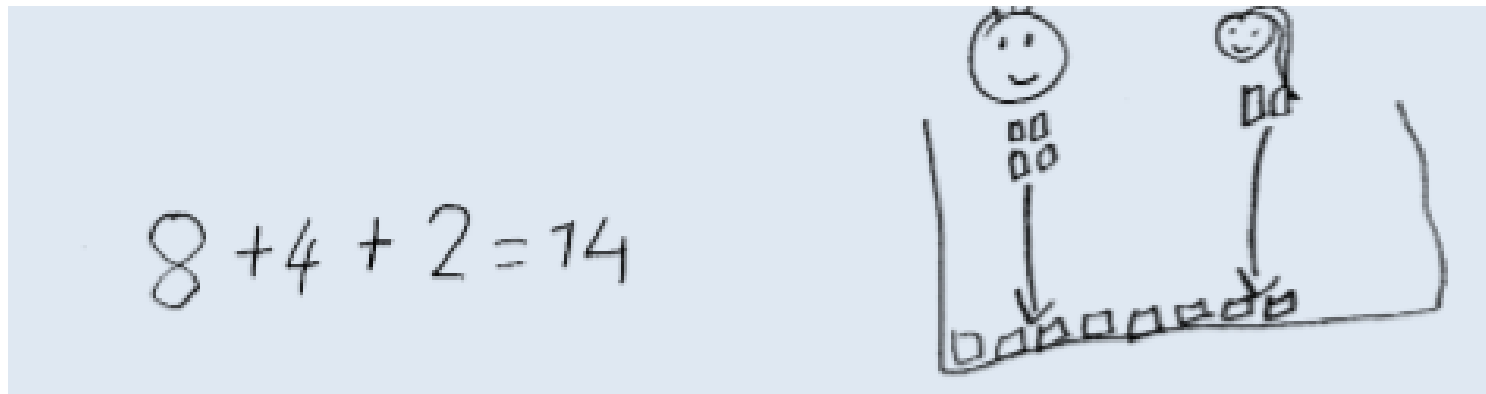
$$8 + 4 + 2 = 14$$



Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 2



The image shows a student's handwritten work on a light blue background. On the left, the equation $8 + 4 + 2 = 14$ is written in black ink. To the right of the equation is a hand-drawn diagram. It features two stick figures at the top, each with a smiling face. The figure on the left has two small circles above its head, and the figure on the right has two small circles above its head. Two vertical lines descend from each figure to a horizontal line. Below this horizontal line, there are ten small circles arranged in a row, representing a total of 14 items.


Stratégie de type 3

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 3

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14




●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●			
●	●			

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 3

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14



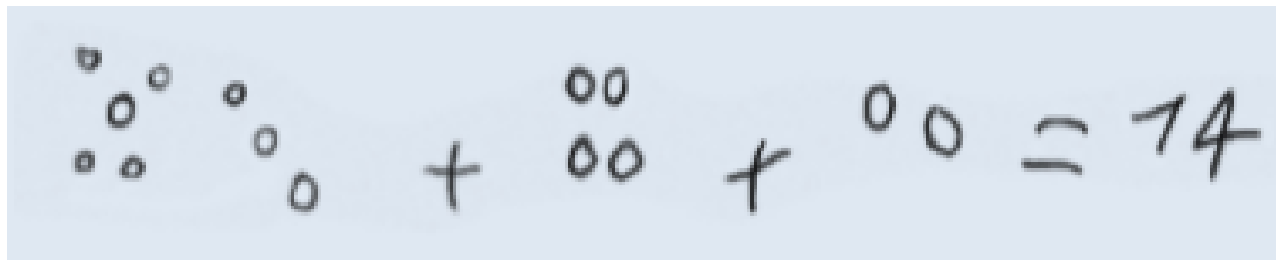
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●			
●	●			

Stratégie de type 1

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 4

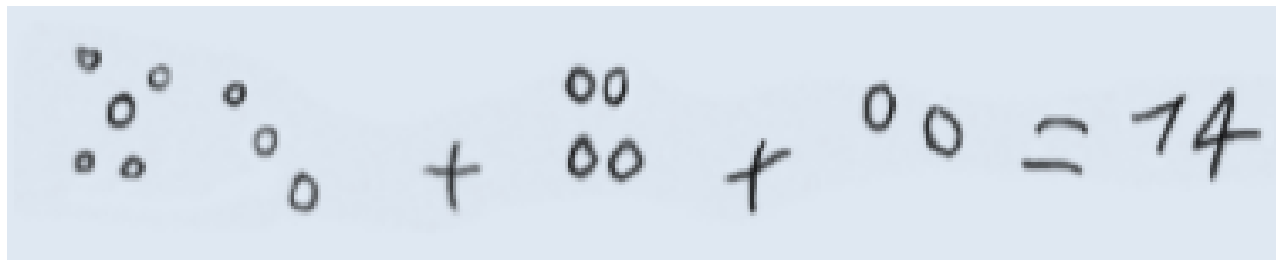


A photograph of a student's handwritten work on a light blue background. The student has written the equation $3000 + 200 + 00 = 14$. The numbers are written in a simple, somewhat shaky hand. The '3' is formed by three small circles, the '0's are simple ovals, and the '+' and '=' signs are simple strokes. The '14' is written as a single '1' followed by a '4'.

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : analyser la procédure

ELEVE 4



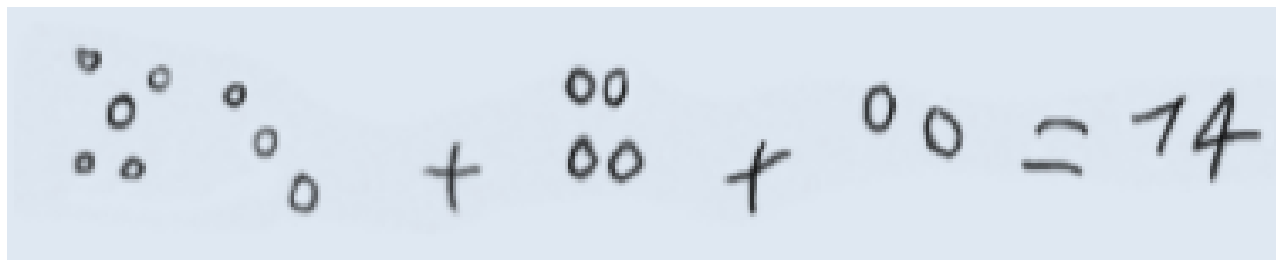
A handwritten mathematical equation on a light blue background. The equation is $30 + 20 + 20 = 70$. The numbers are written in a simple, child-like style. The '3' is formed by three small circles, the '0' by a single circle. The '2' is formed by two small circles. The plus signs and equals sign are also simple.

Stratégie hybride

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : comment faire progresser l'élève 4?

ELEVE 4

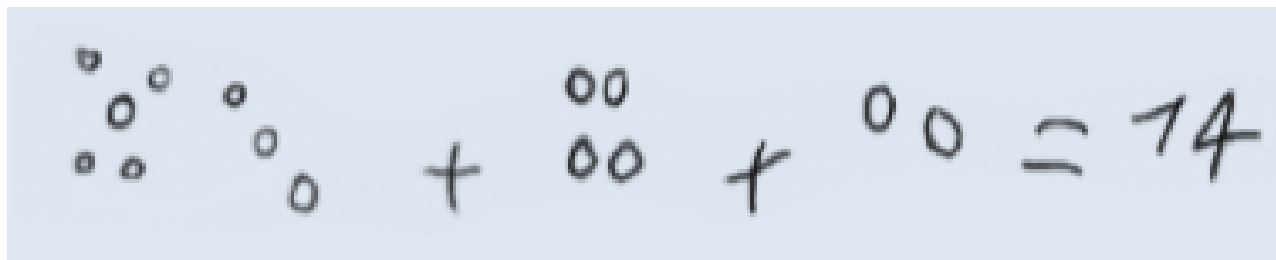


A handwritten mathematical expression on a light blue background. The expression is $30 + 20 + 00 = 14$. The numbers are written in a simple, child-like style. The '3' is formed by three small circles, the '2' by two small circles, and the '0' by a single small circle. The plus signs and equals sign are also simple and hand-drawn.

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : comment faire progresser l'élève 4?

ELEVE 4




A handwritten mathematical expression on a light blue background. The expression is $300 + 20 + 00 = 14$. The numbers are written in a simple, child-like style. The '3' is formed by three small circles, the '2' by two small circles, and the '00' by two small circles. The plus signs and equals sign are simple lines.

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : comment faire progresser l'élève 3?

ELEVE 3

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14



●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
●	●			
●	●			

Faire évoluer les procédures

Mise en situation : comment faire progresser l'élève 1?

ELEVE 1

- Combien y-a-t-il de cubes dans la boîte à la fin? 14

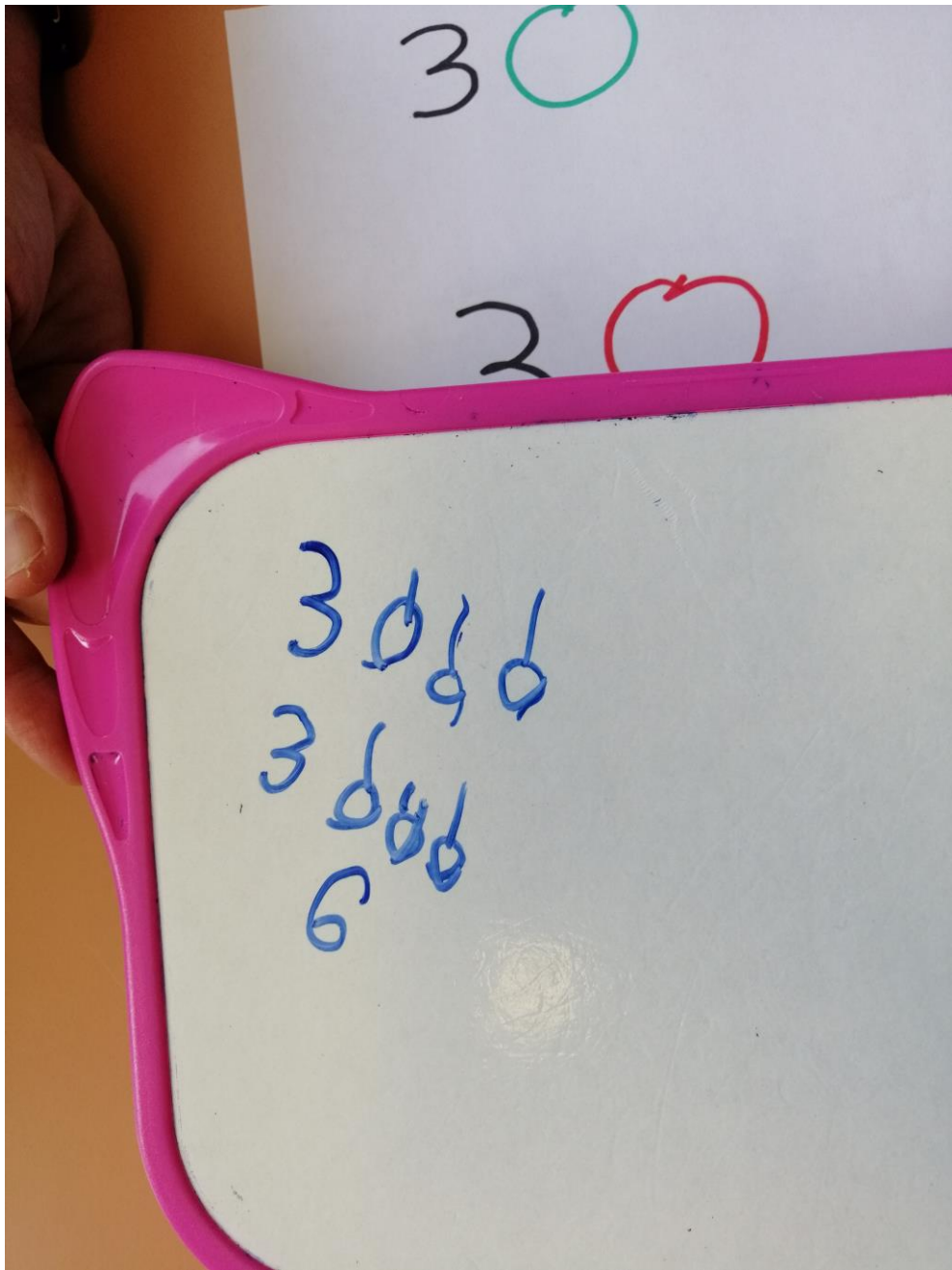


3. La démarche de résolution de problèmes (zoom sur la modélisation et l'institutionnalisation)

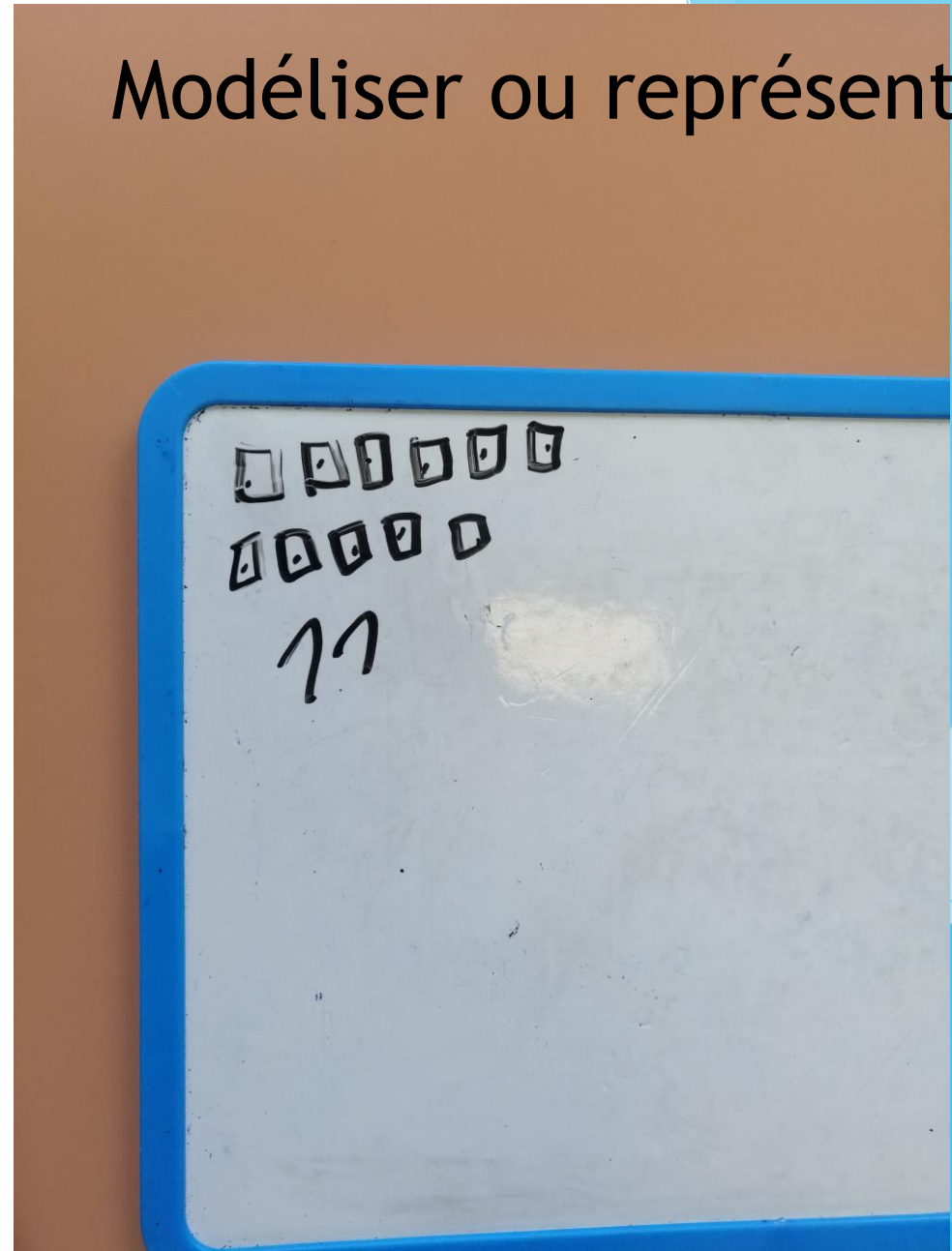
Définitions de représenter et modéliser

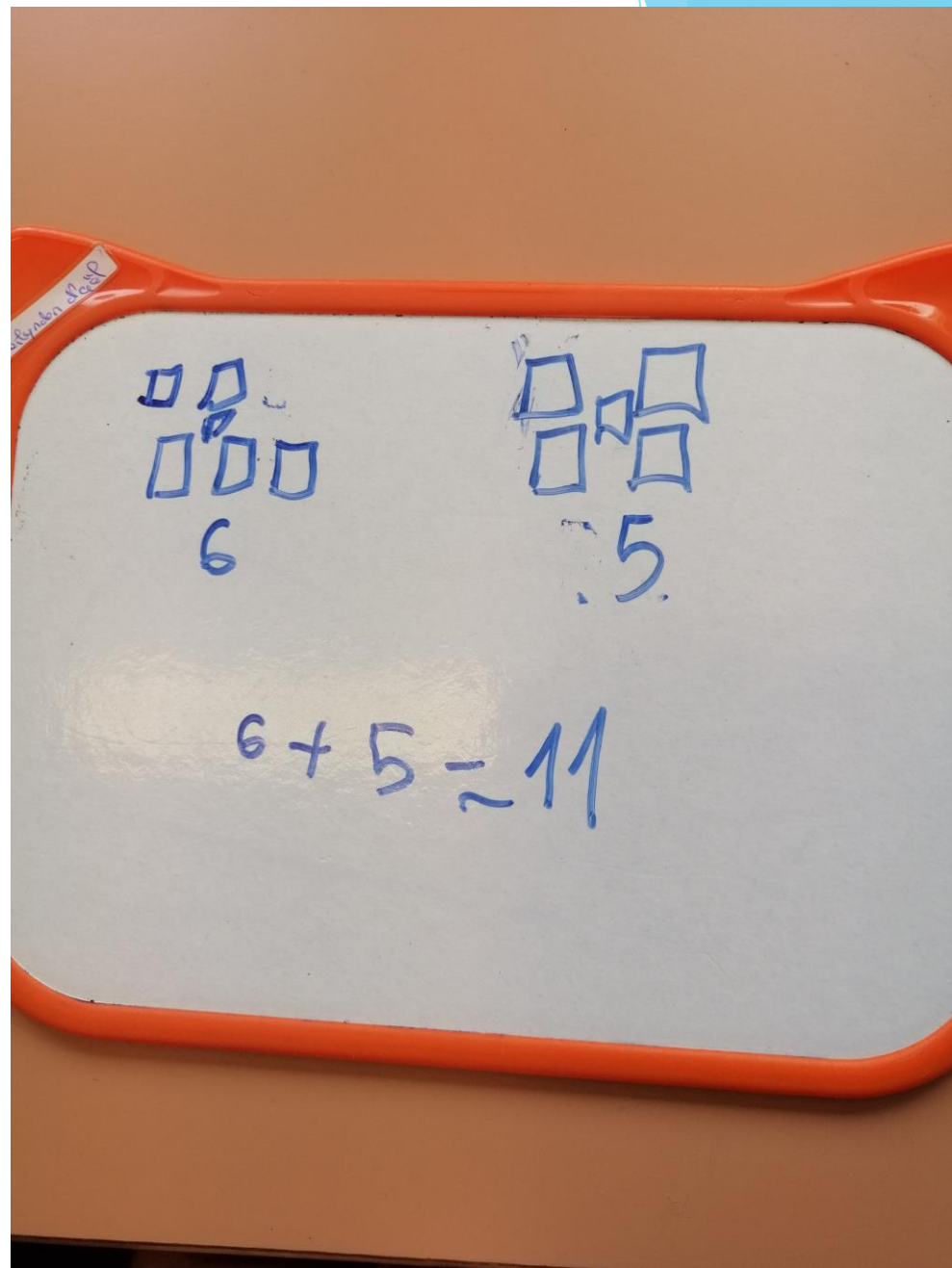
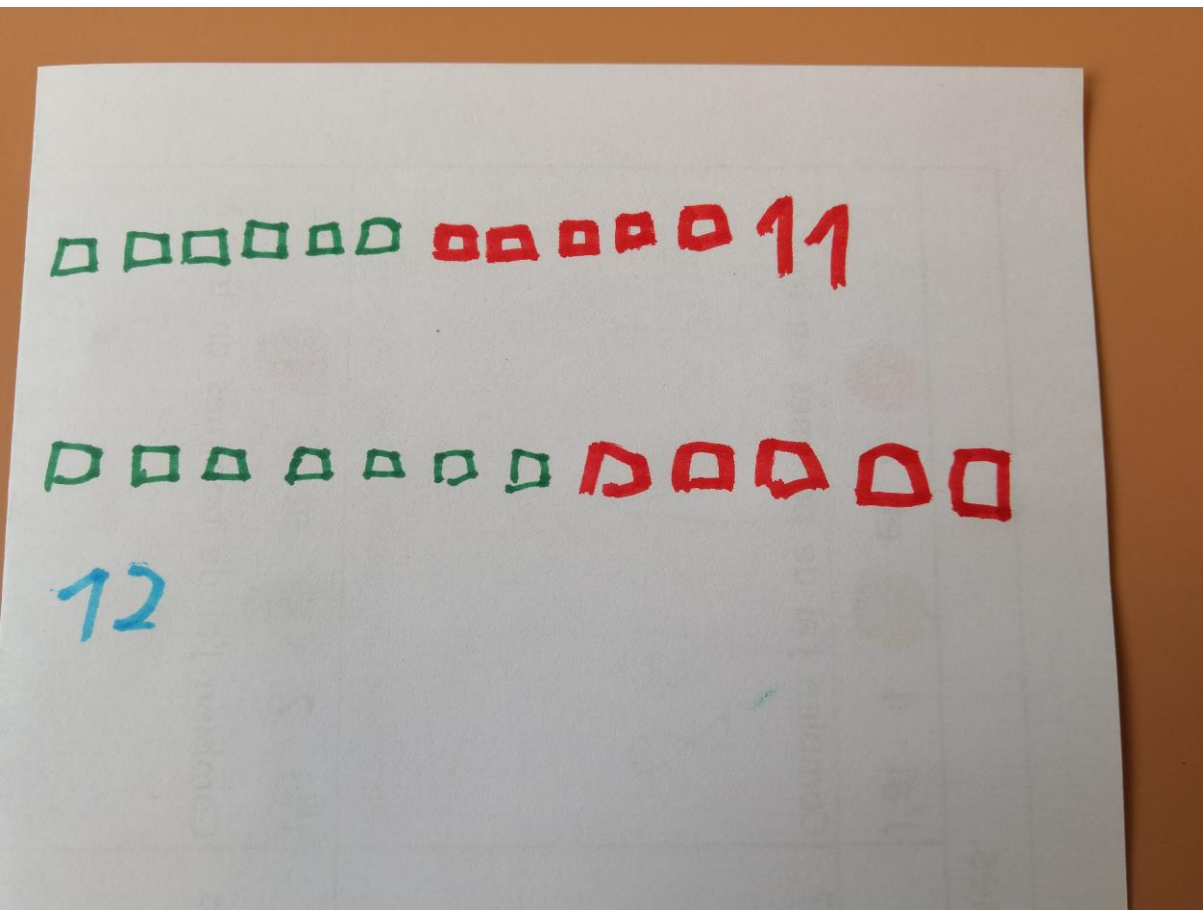
Représenter, c'est traduire par un dessin ou un schéma la situation. Le fait de représenter la situation permet de l'appréhender et de favoriser l'entrée dans la résolution. Certaines représentations (souvent de type pictural) ne sont pas traduisibles par un calcul.

Modéliser, c'est traduire mathématiquement la situation. La modélisation amène ensuite à la procédure et au calcul ; elle rend la réalité calculable. Il s'agit d'un processus qui peut prendre appui sur diverses représentations.





Modéliser ou représenter ?

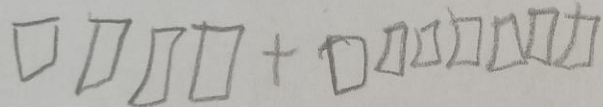




Modéliser ou représenter ?

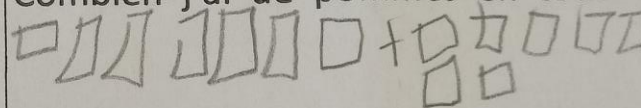
J'ai 4  et 7 



Combien j'ai de pommes en tout ?


 $4 + 7 = 11$

J'ai 8  et 7 

Combien j'ai de pommes en tout ?


14

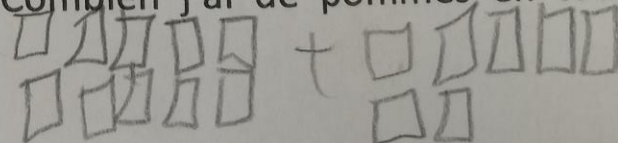
J'ai 5  et 9 

Combien j'ai de pommes en tout ?

$$5 + 9 = 14$$

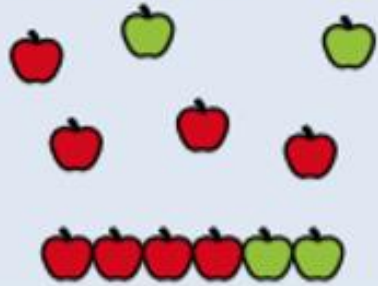
J'ai 10  et 8 

Combien j'ai de pommes en tout ?


18

Modéliser ou représenter ?

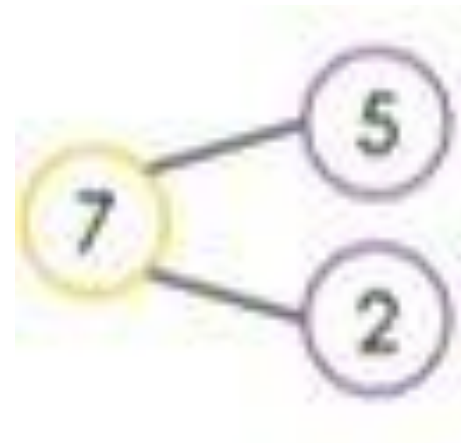
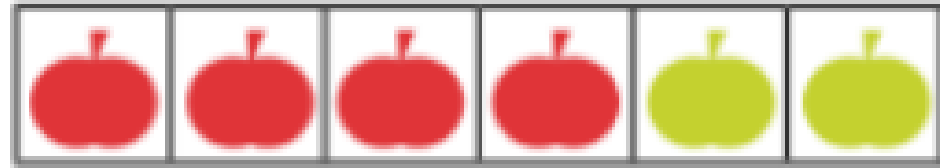
Représentations
imaginées des objets
tangibles proches
de la réalité :



• Représentation
avec un schéma :



• Représentation
présymbolique
(schéma en barres
+ écriture symbolique) :



Représentation ou modélisation ?



Manipuler



Verbaliser



Abstraire



Schématiser

Raisonner

Exemple de problème arithmétique expérimenté en CP:

Lola a 3 cubes. Tom a 7 cubes.

Qui a le plus de cubes ? Combien de cubes **en plus** ?

Contrat didactique:

Si on en ressent le besoin, on peut:

- aller prendre des cubes au coin maths situé au fond de la classe.





Schémas d'élèves

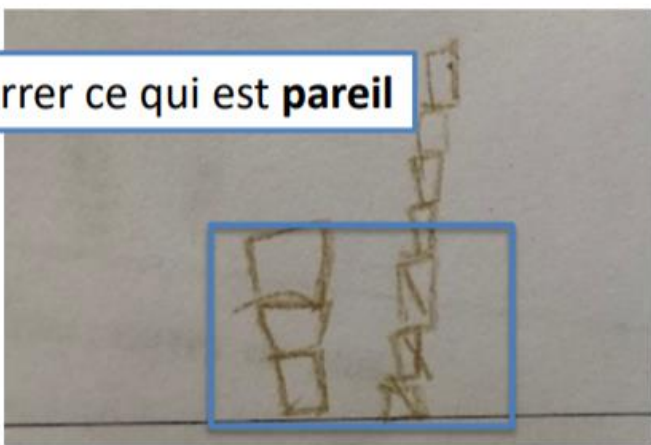
libres



Repérer ce qui est **pareil**

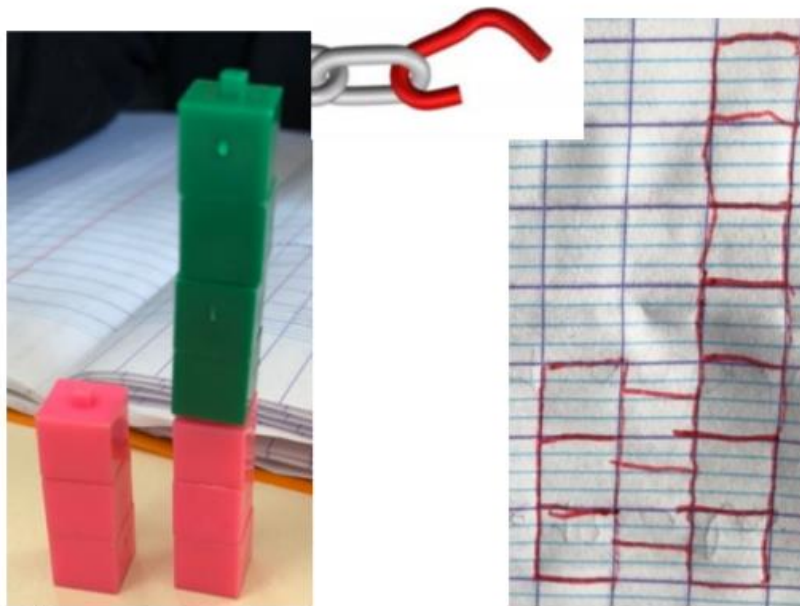


Barrer ce qui est **pareil**



Schémas d'élèves

Après un **apprentissage structuré**
en lien avec **le matériel manipulé**



Aide de la taille des carreaux
Correspondance terme à terme...

Lola a 3 cubes. Tom a 7 cubes.
Qui a le plus de cubes ? Combien de cubes en plus ?



Manipuler



Verbaliser



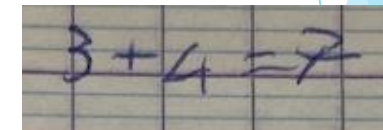
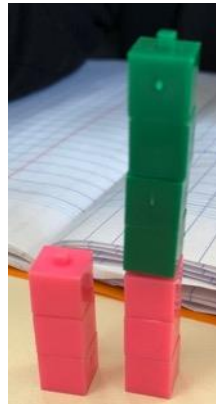
Schématiser



Verbaliser



Abstraire



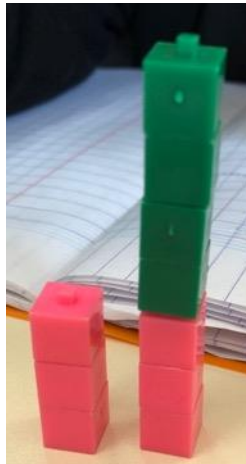
$$3 + \dots = 7$$

Premières étapes indispensables...

Exemple d'institutionnalisation, d'affiche de référence



Problème de nce (lié à une expérimentation avec manipulation, un apprentissage de la schématisation)



Verbaliser



Ce qui dépasse,
ce qui est en
plus

$$3 + \dots = 7$$

Manipulation
vécue

Schématisation
enseignée

Vers
l'abstraction...



La schématisation en barre : une proposition pour la modélisation

- BO 25 avril 2018
- Représentation pas suffisante, nécessité de modéliser (mathématiser)
- Importance d'indiquer ce qu'il faut trouver : avec le point d'interrogation
- Schéma en barre permet de mettre en parallèle les modèles
- Peut être utilisé pour la majeure partie des problèmes
- Modélisation en barre : un processus et non un simple outil. Importance d'une progression
- D'abord proposé par l'enseignant comme une façon de modéliser puis donné en lecture/interprétation et construit plus tard par l'élève lui-même.
- Sécurisant pour l'élève : pas besoin de trouver la réponse tout de suite, première étape de réflexion

Plusieurs problème, même forme schématique...

1. Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?
2. Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
3. Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?
4. Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?

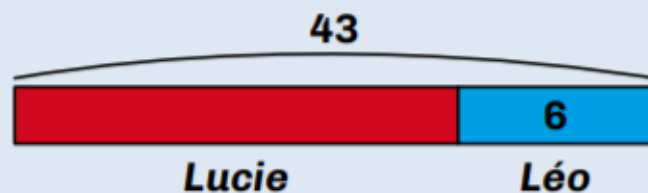


Figure 32. Problème 1.

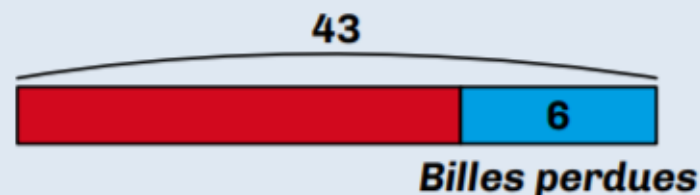


Figure 33. Problème 2.

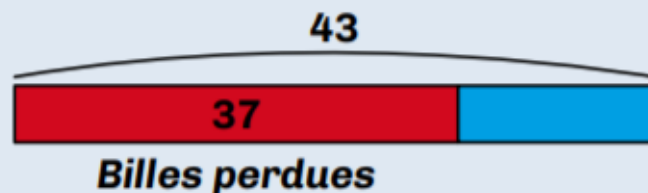


Figure 34. Problème 3.

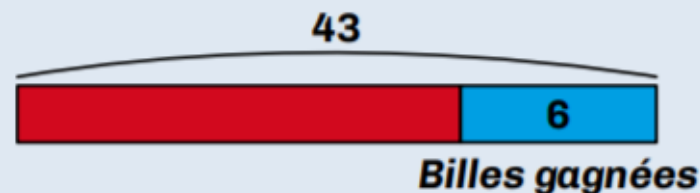


Figure 35. Problème 4.

Exemple de modélisation progressive

→ « Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



et 5 cubes bleus :



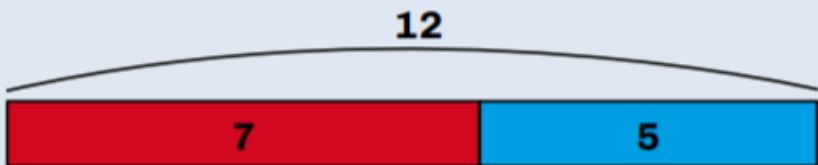
fait apparaître l'assemblage :

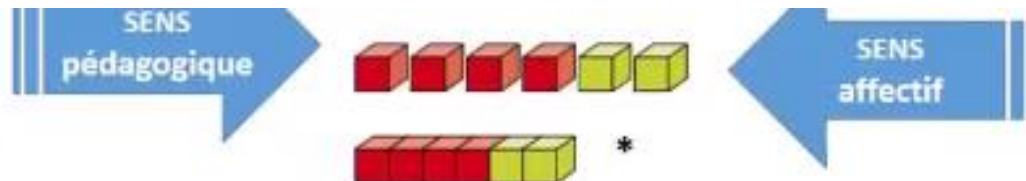


puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :





La modélisation est un processus et non un « simple » outil efficace.
 C'est un outil de réflexion et d'analyse



- Son efficacité dépend :
- de la progression utilisée
 - des stratégies pédagogiques qui l'accompagnent

*Rétroaction
 Echanges en classe
 Nombreux visuels*

Attention la modélisation ne doit pas être présentée et enseignée comme une fin en soi.

* https://data.over-blog-kiwi.com/0/80/18/07/20170910/ob_bb01e3_unite-9-les-modeles-en-barres.pdf

Principes de la modélisation en barre

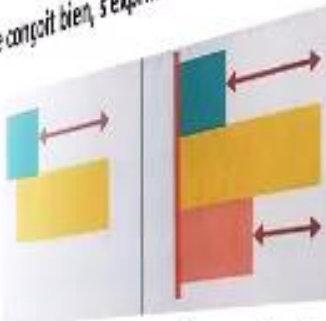
- Dessin : aide à la compréhension du problème
- Modélisation : aide à la résolution du problème
- Apprentissage sur un temps long
- Tracer/effacer/recommencer et surtout commenter
- Possibilité de tracer autour des cubes : manipulation vers modélisation
- Cohérence dans le cycle : tracés seulement en ce2, avant : lire/interpréter/utiliser des modèles
 - Modélisation en barre doit venir d'un besoin : nombre trop grand pour représenter les quantités...

Points de vigilance

- Aide mais pas une obligation
- Ne pas mélanger les unités
- Ligne verticale servant de point de départ pour comparer
- Les longueurs doivent être proportionnelles, les largeurs doivent être identiques
- Importance de la localisation de l'inconnu : permet d'alléger la mémorisation / importance de informations à retenir

« Ce qui se conçoit bien, s'exprime clairement... »

IMPORTE
CE L'UNITÉ



Etre exigeant sur la
qualité du dessin

- Le tracé d'une ligne verticale
- Longueur des barres
- Les données du problème

S,A 5,12

- La localisation de l'inconnu
?

Une aide pour gérer en mémoire les informations

Plus-value pour les élèves ?

- Etape supplémentaire entre le problème et sa résolution par le calcul.
- Permet d'unifier et de simplifier les représentations
- A plus long terme : d'avantage lié aux maths (équation algébrique)
- Du Cp au CM2 : l'appropriation est continue et régulière (construction progressive).
- Au cycle 2 : différentes possibilités d'introduction
 - énoncé avec modélisation tracée : demander d'écrire les légendes
 - placer le point d'interrogation sur ce que l'on cherche
 - donner l'énoncé avec plusieurs modélisation : trouver la bonne
 - donner l'énoncé et la modélisation : trouver le calcul

J'observe

J'ai 10 timbres français et 20 timbres italiens.
Combien ai-je de timbres en tout ?

10 timbres français 20 timbres italiens

GS / CP

CP

CP / CE1

CE1

10 20

?

$10 + 20 = ?$
(partie) (partie) (tout)

$20 + 10 = ?$
(partie) (partie) (tout)

Le tout est plus grand que les parties.

Manipulation

Faire apparaître l'assemblage

Schéma

Schéma en barre

Un guide fondé
sur l'état de
la recherche



- **Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP**
-

Les écrits en résolution de problèmes : constat

- ▶ La résolution de problèmes laisse peu ou pas de trace exploitable.
- ▶ Fréquente utilisation de l'ardoise ou de feuilles volantes

L'importance des écrits en résolution de problèmes

Structuration d'un vécu commun

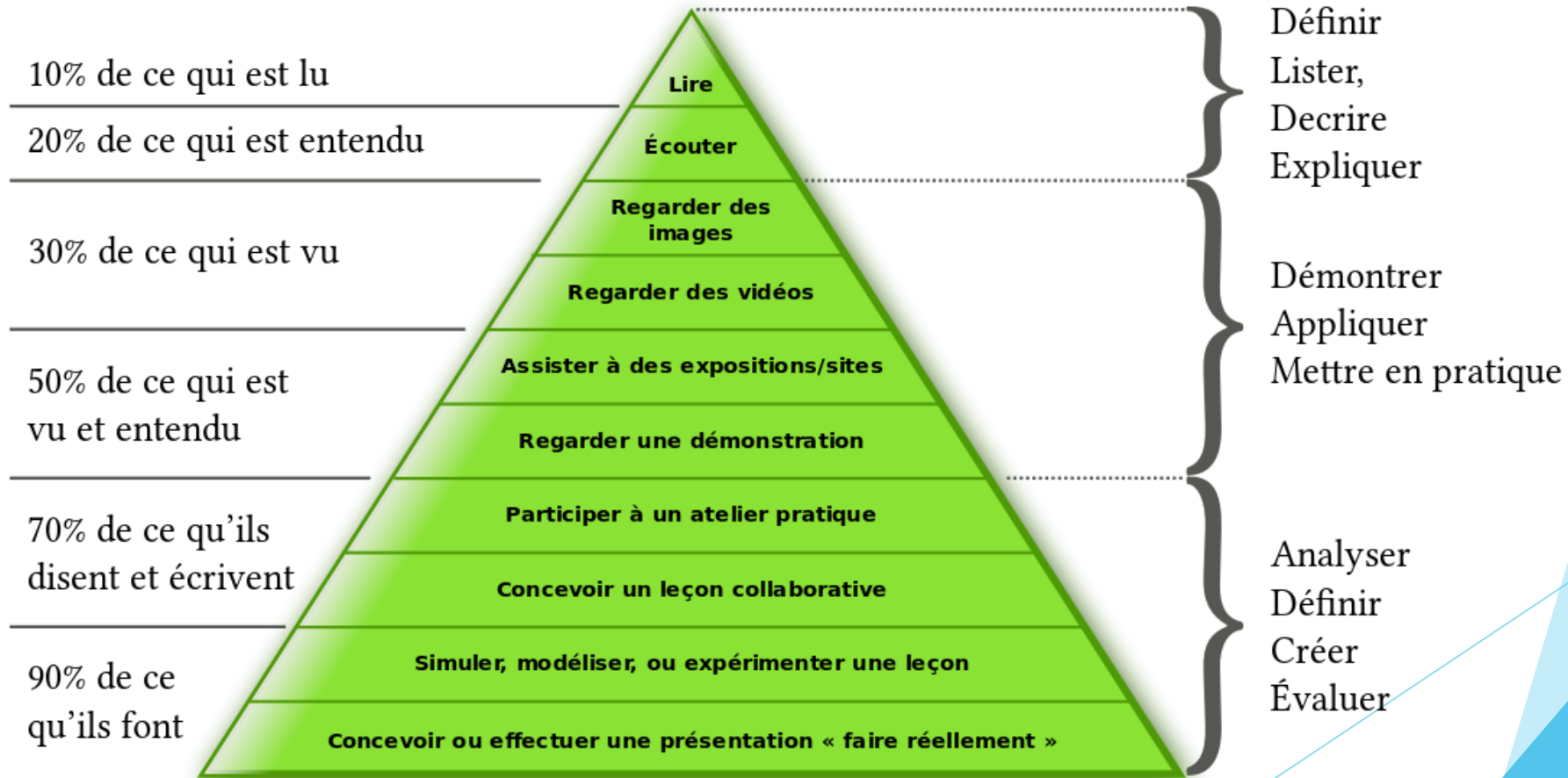
Les écrits accompagnent les différents moments de la démarche de résolution de problèmes :

- Pendant la phase de manipulation : photos, vidéos
- Pendant la verbalisation : les écrits facilitent les entretiens enseignant/élève, ils aident les élèves à expliquer leurs procédures.
- Pendant la représentation : schéma, dessin
- Pendant la modélisation : schéma en barre
- Et jusqu'à l'abstraction : calcul en ligne ou posé et phrase de conclusion

D'après Edgar Dale...

Les personnes se souviennent généralement de ...
(activité d'apprentissage)

Les personnes sont capable de...
(résultat de l'apprentissage)



Les supports de élèves

1- « Le cahier personnel »

- La résolution doit être traitée dans un cahier (cahier du jour, de brouillon).
- Cela permet la conservation des essais-erreurs, des procédures, des représentations.

2- « Le cahier de référence » (cahier de leçons).

- Support « complémentaire et indispensable » pour structurer les apprentissages.
- On y trouve : « des écrits formalisés par le professeur avec les élèves »

Les outils collectifs

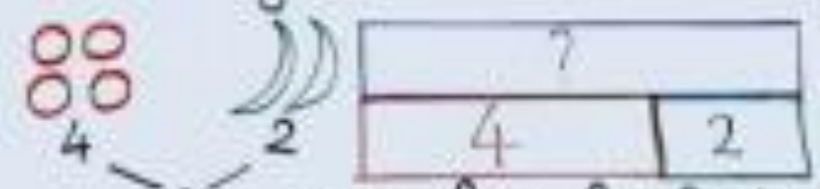
- « Ils font le lien entre les écrits individuels et les écrits structurés du cahier de référence ».

L'affiche :

- Écrit de référence commun à la classe (un modèle)
 - Doit être clair, lisible, succinct
- Doit mettre en avant les étapes de la résolution du problème (aide mémoire des procédures de raisonnement)

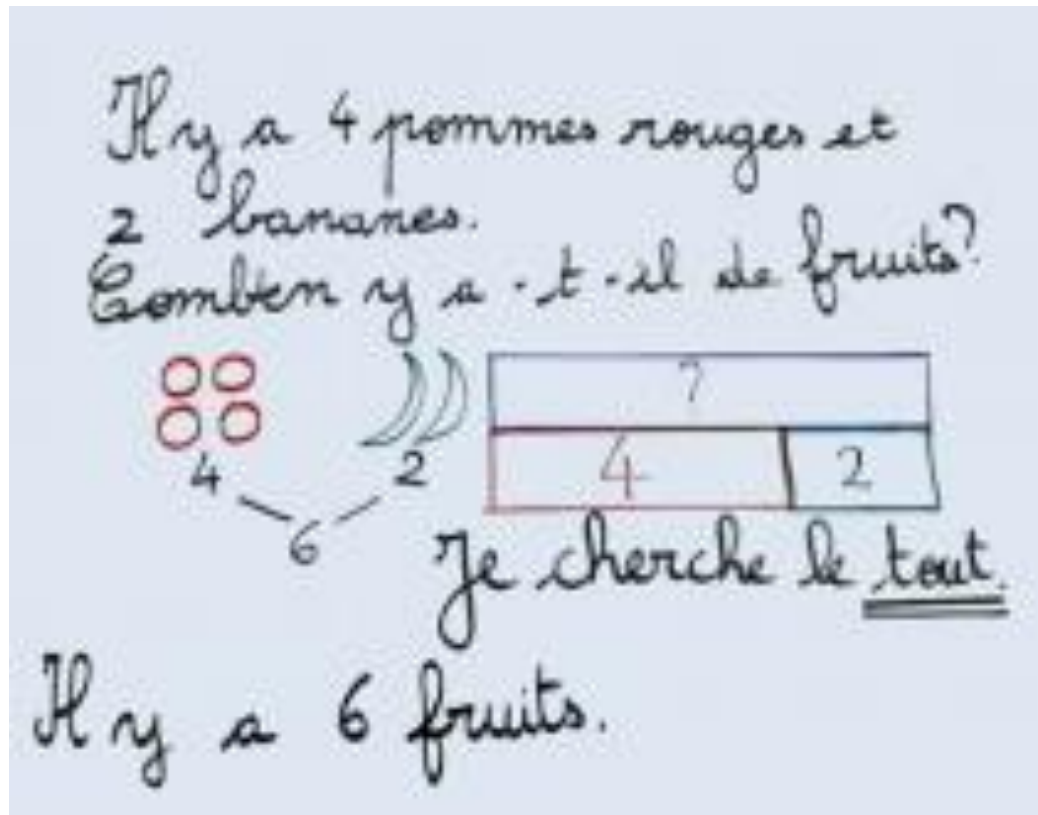
Proposition d'un référent présent dans le guide orange

Il y a 4 pommes rouges et
2 bananes.
Combien y a-t-il de fruits?



Je cherche le total.

Il y a 6 fruits.



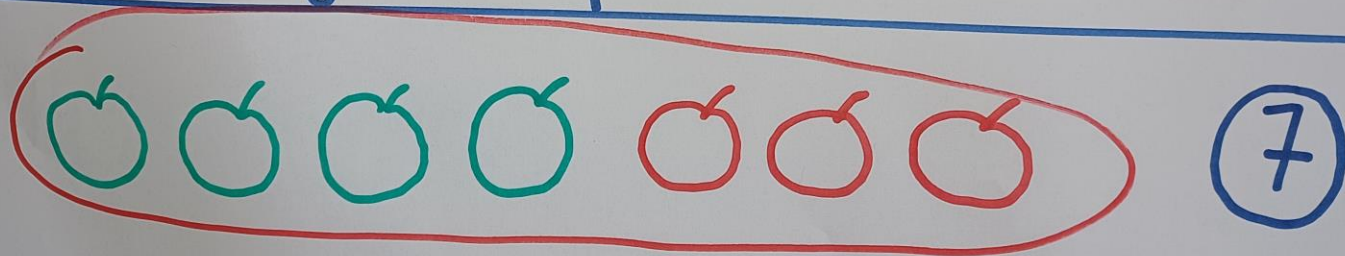
- ▶ C'est le problème de référence (choisir un problème dit "basique").
- ▶ On trouve :
 - L'énoncé
 - Le schéma (la représentation)
 - La modélisation
 - La phrase de conclusion

Attention ! Il manque le calcul $4+2=6$

L'affiche favorise les analogies (« c'est comme dans le problème de ... »).
Dans l'idéal, commun à toute l'école...

J'ai 4 pommes vertes et
3 pommes rouges.

? Combien j'ai de pommes en tout ?



□ □ □ □ □ □ □ ⑦

$$4 + 3 = 7$$

Le rôle essentiel de l'institutionnalisation

« Qu'est-ce qu'on est en train de faire ? »
« Qu'a-t-on appris ? »

1- Pendant la séance : des mises en commun

- qui garantissent l'engagement
- qui permettent la compréhension de chacun

2- A la fin de la séance : problème et stratégies

 vers la trace d'un savoir partagé

Problèmes simples pour permettre d'asseoir les connaissances et de constituer des références disponibles

Paul a une boîte de 56 Lego, 32 sont rouges et les autres sont bleus.

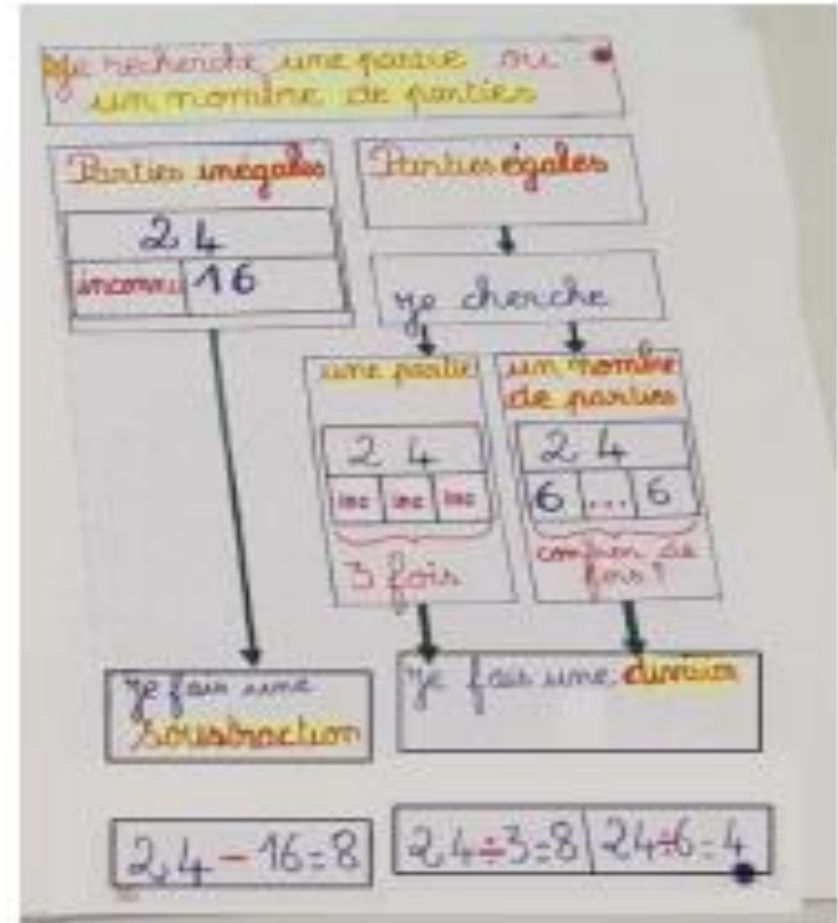
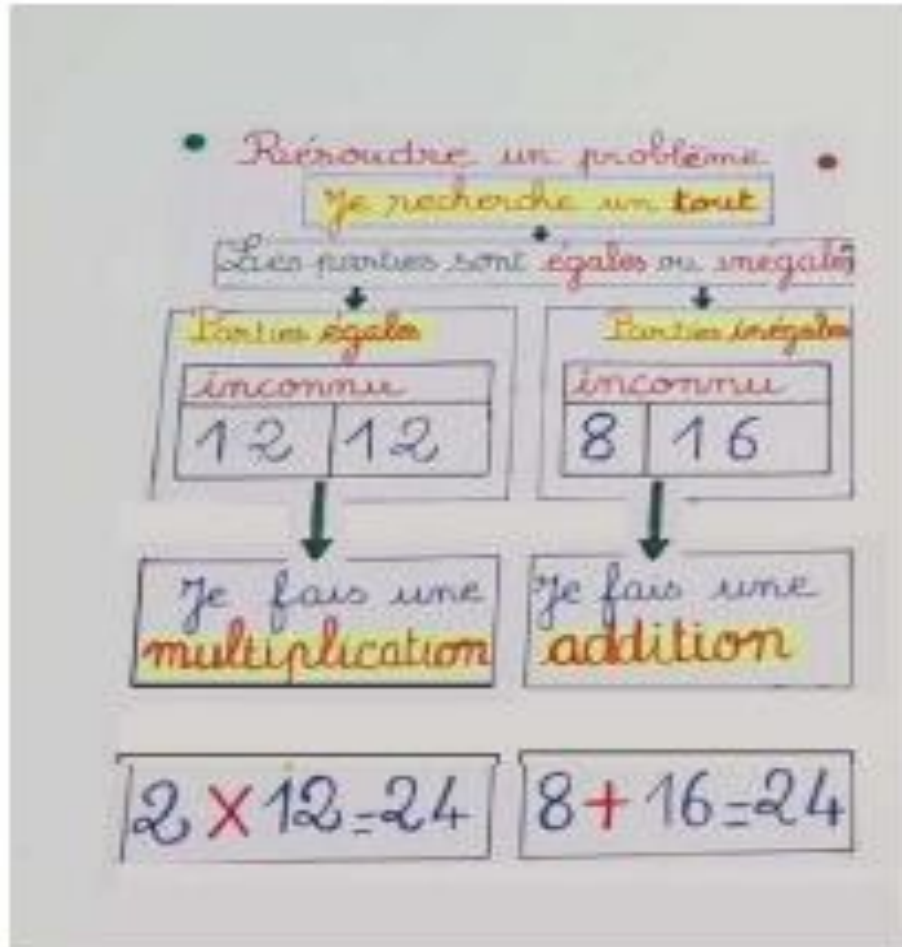
56 - 32 = 24
Il y a 24 legos bleus

Julie a 4 boîtes de 15 chocolats.

inconnu

$4 \times 15 = 60$
Julie a 60 chocolats

Exemples d'affichage



Questions : qu'en pensez-vous ? Est-ce qu'ils correspondent aux objectifs visés ?

Merci de votre attention

Avez-vous des questions ?



Les 3 temps de la formation :

Temps 1 : Apports théoriques, didactiques et pédagogiques en lien avec les résultats des élèves aux différentes évaluations

Temps 2 : La constellation : une expérimentation

Un groupe constitué spécifiquement en vue d'un travail de formation continue, au cœur des pratiques, au plus près de la classe

En groupe de proximité, entre pairs, professionnels de l'enseignement (en partie sur le temps scolaire avec remplacement)

Pour :

- Construire ensemble une (des) séance(s), une séquence, une progression, une évaluation, ...
- Analyser ensemble une séance observée, un document pédagogique, des productions d'élèves, ...
- S'approprier des connaissances scientifiques relatives à ces questions
- Prendre connaissance d'éléments didactiques récents ou non
- Se poser des questions d'enseignement
- Chercher des réponses collectivement
- Avec l'appui d'un référent dont le rôle est d'aider, pas de prescrire

- Un accompagnement dédié, pair expert, ami critique

Temps 2 : Le groupe de travail : une coopération

Pour :

- Coopérer
- Produire
- Se rencontrer
- Echanger
- Se documenter
- Mutualiser

Temps 2 : Le groupe d'analyse de ressources : une documentation

Pour :

- Se documenter
- Mettre à jour ses connaissances
- Se rencontrer
- Echanger
- Analyser
- Produire
- Se documenter

Temps 3 : Réseau d'échanges réflexifs de savoirs